

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος	15
1. Εισαγωγή	19
1.1 Εισαγωγικές έννοιες και ορισμοί	19
1.2 Παραδείγματα ΣΔΕ και επίλυσής τους	23
1.3 Γραμμικές/μη γραμμικές ΣΔΕ – Υπέρθεση.	26
2. Βαθμωτές ΣΔΕ Πρώτης Τάξης	30
2.1 ΣΔΕ χωριζομένων μεταβλητών	30
2.2 ΣΔΕ αναγόμενες σε χωριζομένων μεταβλητών.	44
2.2.1 Ομογενείς ΣΔΕ.	44
2.2.2 ΣΔΕ με διμεταβλητή ρητογραμμική συνάρτηση	46
2.3 Γραμμικές ΣΔΕ	49
2.3.1 Το ομογενές πρόβλημα	50
2.3.2 Το πλήρες μη ομογενές πρόβλημα	50
2.3.3 Εφαρμογές γραμμικών ΣΔΕ 1ης τάξης	54
2.4 Εξισώσεις Bernoulli και Riccati	57
2.4.1 Εξίσωση του Bernoulli	57
2.4.2 Εξίσωση του Riccati	60
2.5 Ακριβείς διαφορικές εξισώσεις	65
2.5.1 Ορισμοί και παραδείγματα	65
2.5.2 ΣΔΕ αναγόμενες σε ακριβείς	70
2.6 Χαμιλτονιανά συστήματα	73
2.6.1 Ελλειπτικές συναρτήσεις Jacobi.	80
2.7 Ασκήσεις.	90
3. Καλή Τοποθέτηση του Προβλήματος Αρχικών Τιμών	98
3.1 Το βαθμωτό ΠΑΤ.	99
3.1.1 Ύπαρξη και μοναδικότητα λύσης του ΠΑΤ	103
3.2 Το διανυσματικό ΠΑΤ	115
3.2.1 Ύπαρξη	116
3.2.2 Επεκτασιμότητα.	117
3.2.3 Μοναδικότητα	118
3.2.4 Ολική Ύπαρξη - Η Μέθοδος της Σύγκρισης.	120
3.2.5 Εξάρτηση από τα αρχικά δεδομένα.	124
3.3 Ασκήσεις.	133

4. Ποιοτική Θεωρία για Βαθμωτές ΣΔΕ Πρώτης Τάξης	136
4.1 Ροές, σημεία ισορροπίας, ευστάθεια.	136
4.1.1 Ροή στη γραμμή	136
4.1.2 Γραμμική ανάλυση ευστάθειας	141
4.1.3 Σημεία ισορροπίας, διαγράμματα φάσης, λύσεις	146
4.2 Διακλαδώσεις	150
4.2.1 Εισαγωγικές έννοιες και ορισμοί	150
4.2.2 Διακλάδωση σάγματος-κόμβου	153
4.2.3 Δια-κρίσιμη διακλάδωση.	157
4.2.4 Δικρανική διακλάδωση.	160
4.2.5 Θεωρία διακλαδώσεων και αλλαγές φάσης.	170
4.3 Ασκήσεις	174
5. Γραμμικές ΣΔΕ Δεύτερης Τάξης	180
5.1 Ομογενείς ΣΔΕ με σταθερούς συντελεστές.	181
5.1.1 Προσδιορισμός της γενικής λύσης	181
5.1.2 Μορφή της γενικής λύσης	184
5.2 Ομογενείς ΣΔΕ με μη σταθερούς συντελεστές	187
5.2.1 Γραμμική ανεξαρτησία	187
5.2.2 Υποβιβασμός τάξης	190
5.2.3 Γενική λύση – θεμελιώδες σύνολο λύσεων	192
5.2.4 Η εξίσωση Euler.	195
5.3 Μη ομογενείς ΣΔΕ 2ης τάξης.	200
5.3.1 Η μέθοδος των προσδιοριστέων συντελεστών.	200
5.3.2 Η μέθοδος Lagrange	202
5.3.3 Η μέθοδος υποβιβασμού της τάξης.	206
5.4 Ταλαντώσεις	209
5.4.1 Μηχανικές ταλαντώσεις	209
5.4.2 Ηλεκτρικές ταλαντώσεις	220
5.5 Ασκήσεις.	221
6. Η Μέθοδος των Δυναμοσειρών	226
6.1 Δυναμοσειρές	227
6.2 Ομαλά και ιδιόμορφα σημεία	231
6.3 Λύσεις ΣΔΕ με δυναμοσειρές γύρω από ομαλά σημεία.	233
6.4 ΣΔΕ με ιδιόμορφα σημεία	250
6.5 Η μέθοδος Frobenius	254
6.6 Ασκήσεις.	280
7. Διαφορικές Εξισώσεις Painlevé και Ολοκληρωσιμότητα	284
7.1 Μιγαδικές αναλυτικές συναρτήσεις	284
7.1.1 Ιδιομορφίες	284
7.1.2 Πλειότιμες μιγαδικές συναρτήσεις.	285
7.1.3 Αναλυτική συνέχιση - Μονοδρομία	287

7.2 ΣΔΕ, λύσεις και ιδιομορφίες	287
7.3 Ιδιότητα Painlevé και εξισώσεις Painlevé.	291
7.3.1 Το Τεστ Painlevé για ΣΔΕ	292
7.3.2 Οι εξισώσεις Painlevé με πραγματική μεταβλητή.	297
7.4 Ολοκληρώσιμα Συστήματα	298
7.4.1 Ολοκληρωσιμότητα ΣΔΕ.	298
7.4.2 Ολοκληρωσιμότητα ΜΔΕ	311
8. Προβλήματα Συνοριακών Τιμών και Θεωρία Sturm–Liouville.	316
8.1 Η Αρχή του Μεγίστου	316
8.2 Θεωρία Sturm: θεωρήματα διαχωρισμού και σύγκρισης.	319
8.3 Προβλήματα Συνοριακών Τιμών	322
8.3.1 Εισαγωγή	322
8.3.2 Ορισμένες έννοιες από την Ανάλυση.	323
8.3.3 Προβλήματα συνοριακών τιμών.	330
8.3.4 Το συζυγές πρόβλημα	331
8.3.5 Η συνάρτηση Green	334
8.3.6 Εναλλαγή Fredholm και συνθήκες επιλυσιμότητας	336
8.4 Κανονικά προβλήματα Sturm–Liouville.	339
8.4.1 Χωριζόμενες συνοριακές συνθήκες.	339
8.4.2 Περιοδικές συνοριακές συνθήκες	361
8.5 Ιδιόμορφα προβλήματα Sturm–Liouville	362
8.6 Παραδείγματα	364
8.7 Χωρισμός μεταβλητών για ΜΔΕ - Η μέθοδος Fourier	377
8.8 Ασκήσεις.	383
9. Συστήματα Γραμμικών ΣΔΕ Πρώτης Τάξης	386
9.1 Μερικά στοιχεία της Θεωρίας Πινάκων	387
9.1.1 Διάφορες έννοιες και ορισμοί.	387
9.1.2 Κριτήρια Routh–Hurwitz και Liénard–Chipart	391
9.1.3 Νόρμες διανυσμάτων και πινάκων	392
9.1.4 Συνεχείς, διαφορίσιμοι και ολοκληρώσιμοι πίνακες	393
9.1.5 Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα - Πίνακες απλής δομής.	393
9.1.6 Συναρτήσεις πινάκων	394
9.1.7 Γενικευμένα ιδιοδιανύσματα - Πίνακες μη απλής δομής.	395
9.1.8 Κανονική μορφή Jordan.	395
9.1.9 Η κανονική μορφή Jordan για 2×2 πίνακες	398
9.1.10 Η συνάρτηση εκθετικός πίνακας e^{At}	399
9.1.11 Ιδιότητες του e^{At}	399
9.1.12 Υπολογισμός του e^{At}	400
9.2 Το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών	410
9.3 Ομογενή συστήματα	413
9.3.1 Υποβιβασμός τάξης.	421
9.4 Μη ομογενή συστήματα.	422

9.5	Ομογενή συστήματα με σταθερούς συντελεστές	424
9.5.1	Ο Αλγόριθμος Putzer	424
9.5.2	Η μέθοδος της ιδιοανάλυσης	425
9.5.3	Η μέθοδος της απαλοιφής	434
9.6	Μη ομογενή συστήματα με σταθερούς συντελεστές	435
9.6.1	Ο αλγόριθμος Putzer.	435
9.6.2	Η μέθοδος της ιδιοανάλυσης	436
9.6.3	Η μέθοδος της απαλοιφής	439
9.7	Μερικές εφαρμογές	439
9.8	Ασκήσεις	447
10.	Γραμμικές ΣΔΕ Ανώτερης Τάξης	453
10.1	Ομογενείς ΣΔΕ	453
10.2	Μη ομογενείς ΣΔΕ	455
10.3	Τυπικές εφαρμογές	458
10.4	Ασκήσεις	459
11.	Μετασχηματισμός Laplace	461
11.1	Ολοκληρωτικοί μετασχηματισμοί	461
11.2	Ο μετασχηματισμός Laplace	464
11.2.1	Ορισμός και ύπαρξη	464
11.2.2	Κατανομές (γενικευμένες συναρτήσεις)	464
11.2.3	Ιδιόμορφες κατανομές - Το δέλτα του Dirac	466
11.3	Βασικές ιδιότητες του μετασχηματισμού Laplace	467
11.4	Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace	469
11.4.1	Μετασχηματισμός Fourier	470
11.4.2	Ανάλυση ρητών συναρτήσεων σε απλά κλάσματα	473
11.5	Επίλυση ΣΔΕ με χρήση του μετασχηματισμού Laplace	474
11.5.1	Παραδείγματα	475
11.6	Τυπολόγιο	489
11.7	Ασκήσεις	490
12.	Ποιοτική Θεωρία για Συστήματα ΣΔΕ	493
12.1	Ευστάθεια	493
12.1.1	Ευστάθεια μη γραμμικών συστημάτων	493
12.1.2	Ευστάθεια γραμμικών συστημάτων	494
12.2	Γραμμικοποίηση	496
12.2.1	Απλά κανονικά συστήματα διδιάστατων ομογενών ΣΔΕ	502
12.2.2	Μη απλά συστήματα διδιάστατων ομογενών ΣΔΕ	508
12.2.3	Το Θεώρημα Γραμμικοποίησης για διδιάστατα συστήματα	510
12.3	Κανονικά Σημεία - Το Θεώρημα του Κιβωτίου Ροής	522
12.4	Η Άμεση Μέθοδος του Lyapunov	526
12.5	Αναλλοίωτα Σύνολα	539
12.6	Οριακοί Κύκλοι	546

12.7	Θεωρία Poincaré–Bendixson	551
12.8	Πρώτα Ολοκληρώματα	567
12.9	Κατηγορίες Σημαντικών Συστημάτων	571
12.9.1	Διατηρητικά Συστήματα	571
12.9.2	Αποσβεστικά Συστήματα - Ολικοί Ελκυστές	572
12.9.3	Συστήματα Κλίσης	572
12.10	Μονοπαραμετρικές διακλαδώσεις στο επίπεδο.	574
12.11	Επιδημιολογικά μοντέλα λοιμωδών νοσημάτων.	582
12.12	Ασκήσεις.	587
13.	Διαστατική Ανάλυση, Κανονικοποίηση, Διαταραχές	595
13.1	Εισαγωγή στη Διαστατική Ανάλυση.	595
13.2	Το Θεώρημα Π του Buckingham	597
13.3	Εισαγωγή στην Κανονικοποίηση	603
13.4	Εισαγωγή στις Μεθόδους Διαταραχών	605
13.4.1	Μερικές έννοιες της Ασυμπτωτικής Ανάλυσης	606
13.4.2	Κανονικές διαταραχές	610
13.4.3	Η μέθοδος Poincaré–Lindstedt	613
13.4.4	Ιδιόμορφες διαταραχές	617
13.4.5	Η Μέθοδος WKB	629
13.4.6	Εφαρμογές στην Κβαντομηχανική	633
13.5	Ασκήσεις.	647
14.	Συνοπτικά Ιστορικά Στοιχεία	651
14.1	Εισαγωγή	651
14.2	Από τα μέσα του 17ου στα μέσα του 18ου αιώνα	653
14.3	Μετά τα μέσα του 18ου αιώνα.	655
14.3.1	Ύπαρξη λύσεων	655
14.3.2	Ποιοτική Θεωρία	656
14.3.3	Αριθμητικές Μέθοδοι	657
14.3.4	Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις	657
14.4	Minimal βιογραφικά στοιχεία	657
	<i>Βιβλιογραφία</i>	<i>669</i>
	<i>Ευρετήριο</i>	<i>677</i>