

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<i>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</i> . . . . .	20
<b>1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> . . . . .	<b>25</b>
1.1 Εισαγωγή . . . . .	25
1.2 Σύντομη περίληψη ανά κεφάλαιο . . . . .	25
<b>2 ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ</b> . . . . .	<b>49</b>
2.1 Εισαγωγή . . . . .	49
2.1.1 Κάποια ενδιαφέροντα παραδείγματα . . . . .	50
2.2 Διανύσματα . . . . .	54
2.3 Πίνακες . . . . .	55
2.3.1 Πρόσθεση και αφαίρεση πινάκων . . . . .	57
2.3.2 Πολλαπλασιασμός πινάκων . . . . .	58
2.3.3 Ανάστροφος πίνακας . . . . .	62
2.3.4 Αντιστροφή πίνακα . . . . .	63
2.3.5 Συμπληρωματικές παρατηρήσεις στις ορίζουσες . . . . .	75
2.3.6 Κανόνας του Cramer . . . . .	79
2.3.7 Απαλοιφή Gauss . . . . .	80
2.4 Γραμμική εξάρτηση και ανεξαρτησία . . . . .	88
2.4.1 Τάξη πίνακα και γραμμική ανεξαρτησία . . . . .	94
2.5 Λύσεις συστημάτων εξισώσεων . . . . .	97
2.5.1 Επίλυση συστημάτων εξισώσεων από γεωμετρικής άποψης . . . . .	97
2.5.2 Λύσεις συστημάτων εξισώσεων: τάξη και γραμμική ανεξαρτησία . . . . .	101
2.6 Ειδικοί πίνακες . . . . .	105
Ασκήσεις για το 2 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . 5 . . . . .	115

<b>3</b>	<b>ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ</b>	<b>123</b>
3.1	Εισαγωγή . . . . .	123
3.2	Το μοντέλο της αγοράς . . . . .	123
3.3	Πίνακες γειτνίασης . . . . .	125
3.4	Ανάλυση εισροών-εξροών . . . . .	129
3.5	Η δυναμική του πληθωρισμού και της ανεργίας . . . . .	138
3.6	Στάσιμες (αναλλοίωτες) κατανομές . . . . .	139
3.6.1	Σύγκλιση σε στάσιμη κατανομή . . . . .	142
3.6.2	Υπολογισμός αναλλοίωτης κατανομής . . . . .	144
3.7	Οικονομετρία . . . . .	146
3.7.1	Εξαγωγή του εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων . . . . .	149
	Ασκήσεις για το 3 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	153
<b>4</b>	<b>ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ</b>	<b>157</b>
4.1	Εισαγωγή . . . . .	157
4.1.1	Διατύπωση . . . . .	159
4.1.2	Εφικτή περιοχή . . . . .	162
4.1.3	Εύρεση βέλτιστης λύσης . . . . .	164
4.1.4	Δυϊκές τιμές και χαλαρές μεταβλητές . . . . .	167
4.1.5	Μερικά παραδείγματα . . . . .	172
4.1.6	Επανεξέταση του δυϊσμού . . . . .	177
4.2	Βασικές λύσεις . . . . .	181
4.2.1	Προβλήματα με περιορισμούς ισότητας . . . . .	181
4.2.2	Ορισμός και προσδιορισμός βασικών λύσεων . . . . .	183
4.3	Αρχές του δυϊσμού . . . . .	190
4.3.1	Δυαδικότητα και δυϊκές τιμές . . . . .	195
	Ασκήσεις για το 4 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	197
<b>5</b>	<b>ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ</b>	<b>205</b>
5.1	Εισαγωγή . . . . .	205
5.2	Μερικά παραδείγματα . . . . .	206
5.2.1	Συναρτήσεις ζήτησης . . . . .	206
5.2.2	Παρούσα αξία και επιτόκιο . . . . .	208
5.2.3	Φορολογία . . . . .	209
5.2.4	Χρηματοοικονομικά δικαιώματα . . . . .	211
5.3	Συνέχεια και παραγωγισμότητα . . . . .	213
5.3.1	Προκαταρκτικές Παρατηρήσεις . . . . .	213

5.3.2	Ανισότητες και απόλυτη τιμή . . . . .	215
5.3.3	Συνέχεια . . . . .	217
5.3.4	Παραγωγισιμότητα . . . . .	219
5.4	Τύποι συναρτήσεων . . . . .	223
5.4.1	Γραφήματα διαφόρων συναρτήσεων . . . . .	224
5.4.2	Εκθετικές και λογαριθμικές συναρτήσεις . . . . .	226
5.5	Ρυθμοί μεγέθυνσης . . . . .	229
5.5.1	Προσθετικότητα συνεχών ρυθμών μεγέθυνσης . . . . .	230
5.5.2	Οι συναρτήσεις $\ln x$ ( $\log_e x$ ) και $e^{kx}$ . . . . .	230
5.6	Ορισμένοι κανόνες λογισμού . . . . .	233
5.6.1	Κανόνας του L'Hospital . . . . .	235
5.6.2	Παράγωγοι ανώτερης τάξης . . . . .	237
	Ασκήσεις για το 5 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	239

## 6 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ:

<b>ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ</b>	<b>243</b>	
6.1	Εισαγωγή . . . . .	243
6.2	Βελτιστοποίηση . . . . .	244
6.2.1	Συνθήκη πρώτης τάξης: προβλήματα . . . . .	246
6.2.2	Συνθήκη δεύτερης τάξης . . . . .	251
6.2.3	Εφαρμογές: μεγιστοποίηση κέρδους και συναφή προβλήματα . . . . .	254
6.3	Κοιλότητα και βελτιστοποίηση . . . . .	259
6.3.1	Περίληψη . . . . .	266
6.4	Εξωτερικές επιπτώσεις . . . . .	266
6.4.1	Το πρόβλημα του ελεύθερου αναβάτη . . . . .	267
6.5	Συγκριτική στατική ανάλυση . . . . .	270
6.6	Ελαστικότητα της ζήτησης . . . . .	275
6.6.1	Ελαστικότητα, μεγιστοποίηση εσόδων και κέρδους . . . . .	277
6.7	Φορολόγηση και μονοπώλιο . . . . .	279
6.8	Επίπτωση της φορολογίας σε προσφορά και ζήτηση . . . . .	281
6.8.1	Φόρος ανά μονάδα προϊόντος . . . . .	283
6.8.2	Φόρος επί της αξίας . . . . .	285
6.8.3	Ελαστικότητες και φορολογία . . . . .	287
6.9	Τιμολόγηση Ramsey . . . . .	289
	Ασκήσεις για το 6 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	293

<b>7</b>	<b>ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ, ΔΙΑΦΟΡΙΚΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ</b>	<b>301</b>
7.1	Εισαγωγή . . . . .	301
7.2	Μερικές παράγωγοι . . . . .	306
7.3	Ισοϋψείς καμπύλες . . . . .	309
7.4	Ελαστικότητα υποκατάστασης . . . . .	311
7.5	Ισορροπία της αγοράς: μια εφαρμογή . . . . .	316
7.5.1	Ολιγοπώλιο: γραμμική ζήτηση . . . . .	318
7.5.2	Ολιγοπώλιο: μη γραμμική ζήτηση . . . . .	320
7.5.3	Δείκτες βιομηχανικής συγκέντρωσης . . . . .	321
7.6	Ολικά διαφορικά . . . . .	323
7.6.1	Η επίδραση των μεταβολών των παραμέτρων . . . . .	329
7.7	Λύσεις σε συστήματα εξισώσεων . . . . .	331
7.7.1	Ύπαρξη και ιδιότητες των λύσεων . . . . .	334
7.8	Το θεώρημα πεπλεγμένης συνάρτησης . . . . .	338
7.8.1	Γενικά συστήματα εξισώσεων . . . . .	345
	Ασκήσεις για το 7 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	357
<b>8</b>	<b>ΣΕΙΡΕΣ Taylor</b>	<b>367</b>
8.1	Εισαγωγή . . . . .	367
8.1.1	Προσεγγίσεις σειρών Taylor: παράδειγμα . . . . .	369
8.1.2	Αναπτύγματα σειρών Taylor . . . . .	371
8.1.3	Προσεγγίσεις και ακρίβεια . . . . .	375
8.2	Εφαρμογές αναπτυγμάτων σειράς Taylor . . . . .	376
8.2.1	Κοιλότητα και δεύτερη παράγωγος . . . . .	376
8.2.2	Ρίζες συνάρτησης . . . . .	378
8.2.3	Αριθμητική βελτιστοποίηση . . . . .	379
8.3	Θεωρία αναμενόμενης χρησιμότητας και στάση απέναντι στον κίνδυνο . . . . .	386
8.3.1	Θεωρία αναμενόμενης χρησιμότητας . . . . .	387
8.3.2	Προτιμήσεις αποστροφής κινδύνου και απώλεια ευημερίας . . . . .	389
8.3.3	Αποστροφή κινδύνου και κόστος μικρού κινδύνου . . . . .	392
8.4	Διαφοροποίηση και επιλογή χαρτοφυλακίου . . . . .	396
8.4.1	Διαφοροποίηση . . . . .	397
8.4.2	Επιλογή χαρτοφυλακίου . . . . .	398
8.5	Η πολυμεταβλητή έκδοση του θεωρήματος Taylor . . . . .	400

8.6 Απόδειξη του θεωρήματος Taylor . . . . .	401
Ασκήσεις για το 8 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	405
<b>9 ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ</b>	<b>413</b>
9.1 Εισαγωγή . . . . .	413
9.2 Διανύσματα: μήκος και απόσταση . . . . .	414
9.3 Διανύσματα: κατεύθυνση και γωνίες . . . . .	417
9.4 Υπερεπίπεδα και κατεύθυνση αύξησης . . . . .	421
9.5 Λήμμα του Farkas . . . . .	424
Ασκήσεις για το 9 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	429
<b>10 ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ</b>	<b>433</b>
10.1 Εισαγωγή . . . . .	433
10.2 Τετραγωνικές μορφές . . . . .	434
10.3 Θετικά και αρνητικά ορισμένοι πίνακες . . . . .	438
10.3.1 Συμμετρικοί πίνακες . . . . .	441
10.3.2 Κριτήρια για θετικά και αρνητικά ορισμένους πίνακες . . . . .	441
10.3.3 Θετικά και αρνητικά ημιορισμένοι πίνακες . . . . .	443
10.4 Πίνακες ορισμένοι με περιορισμούς ισότητας . . . . .	444
Ασκήσεις για το 10 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	447
<b>11 ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ</b>	<b>449</b>
11.1 Εισαγωγή . . . . .	449
11.2 Η περίπτωση των δύο μεταβλητών . . . . .	449
11.2.1 Εξήγηση των συνθηκών δεύτερης τάξης . . . . .	455
11.2.2 Αποτυχία συνθηκών δεύτερης τάξης . . . . .	465
11.2.3 Θεώρημα του περιβλήματος . . . . .	466
11.3 Βελτιστοποίηση: $n$ μεταβλητές . . . . .	477
11.3.1 Αιτιολόγηση των συνθηκών Εσσιανού πίνακα . . . . .	481
11.3.2 Αρνητικά ή θετικά ορισμένοι πίνακες και συνθήκες δεύτερης τάξης . . . . .	482
11.4 Κοιλότητα, κυρτότητα και Εσσιανός πίνακας . . . . .	490
Ασκήσεις για το 11 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	493
<b>12 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΙΣΟΤΗΤΑΣ</b>	<b>501</b>
12.1 Εισαγωγή . . . . .	501

12.1.1	Παράδειγμα παρακίνησης . . . . .	502
12.2	Περίπτωση δύο μεταβλητών . . . . .	505
12.3	Κίνητρα για τη μελέτη των συνθηκών πρώτης και δεύτερης τάξης . . . . .	513
12.3.1	Συνθήκη πρώτης τάξης . . . . .	514
12.3.2	Συνθήκη δεύτερης τάξης . . . . .	514
12.3.3	Γεωμετρική οπτική . . . . .	517
12.4	Περίπτωση $n$ μεταβλητών . . . . .	520
12.4.1	Τετραγωνικές μορφές και πλαισιωμένοι πίνακες . . . . .	521
12.4.2	Πλαισιωμένοι Εσσιανοί και βελτιστοποίηση . . . . .	522
12.4.3	Επανεξέταση της συνθήκης δεύτερης τάξης . . . . .	526
12.5	Ερμηνεία του πολλαπλασιαστή Lagrange . . . . .	527
12.6	Βελτιστοποίηση: κοιλότητα και κυρτότητα . . . . .	535
12.6.1	Οιονεί κοιλότητα και πλαισιωμένοι Εσσιανοί . . . . .	543
12.7	Βελτιστοποίηση με πολλούς περιορισμούς . . . . .	546
	Ασκήσεις για το 12 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	549
<b>13</b>	<b>ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ</b>	
	<b>ΑΝΙΣΟΤΗΤΑΣ</b>	<b>555</b>
13.1	Εισαγωγή . . . . .	555
13.1.1	Παράδειγμα παρακίνησης . . . . .	556
13.1.2	Σύνοψη . . . . .	559
13.2	Βελτιστοποίηση . . . . .	560
13.2.1	Ποιοτικός περιορισμός . . . . .	569
13.2.2	Συμπληρωματική χαλαρότητα . . . . .	575
13.2.3	Ελαχιστοποίηση και μεγιστοποίηση . . . . .	576
13.2.4	Ολικά και τοπικά βέλτιστα . . . . .	577
13.2.5	Περιορισμοί μη αρνητικότητας . . . . .	578
13.2.6	Αναγκαίες συνθήκες και (μη) κυρτότητα . . . . .	583
13.2.7	Πολλαπλασιαστής Lagrange . . . . .	586
13.2.8	Περιορισμοί ισότητας και ανισότητας . . . . .	586
	Ασκήσεις για το 13 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	589
<b>14</b>	<b>ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ</b>	<b>591</b>
14.1	Εισαγωγή . . . . .	591
14.2	Ολοκλήρωμα . . . . .	592
14.3	Βασικά ολοκληρώματα και κανόνες ολοκλήρωσης . . . . .	594

14.4 Μέτρηση ευημερίας: πλεόνασμα . . . . .	595
14.4.1 Πλεόνασμα καταναλωτή . . . . .	595
14.4.2 Πλεόνασμα παραγωγού . . . . .	596
14.4.3 Πλεόνασμα και ευημερία καταναλωτή . . . . .	598
14.5 Κόστος, προσφορά και κέρδος . . . . .	601
14.5.1 Μέσο και οριακό κόστος . . . . .	603
14.6 Φορολογία και πλεόνασμα καταναλωτή . . . . .	607
14.7 Παρούσα αξία . . . . .	612
14.8 Κανόνας του Leibnitz . . . . .	613
14.9 Δείκτες ανισότητας . . . . .	615
14.10 Τιμολόγηση Ramsey . . . . .	619
14.11 Δείκτες ευημερίας . . . . .	622
14.11.1 Πλεόνασμα καταναλωτή . . . . .	623
14.11.2 Αντισταθμιστική μεταβολή . . . . .	625
14.11.3 Ισοδύναμη μεταβολή . . . . .	633
14.11.4 Σύγκριση δεικτών ευημερίας . . . . .	636
Ασκήσεις για το 14 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	643
<b>15 ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ ΚΑΙ ΙΔΙΟΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ</b>	<b>645</b>
15.1 Εισαγωγή . . . . .	645
15.2 Ορισμοί και βασικές ιδιότητες . . . . .	646
15.3 Μια εφαρμογή: δυναμικά μοντέλα . . . . .	654
15.3.1 Δυναμικό μοντέλο προσφοράς και ζήτησης . . . . .	657
15.3.2 Ένα μοντέλο αύξησης πληθυσμού . . . . .	660
15.4 Θεώρημα Perron-Frobenius . . . . .	664
15.5 Ορισμένες εφαρμογές . . . . .	667
15.5.1 Κατάταξη ιστοσελίδας . . . . .	668
15.5.2 Πίνακες Leslie . . . . .	672
15.6 Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα συμμετρικών πινάκων . . . . .	676
15.7 Πραγματικές και μιγαδικές ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα . . . . .	682
15.8 Διαγωνοποίηση . . . . .	690
15.9 Ιδιότητες ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων . . . . .	691
15.9.1 Μέγιστες ιδιοτιμές και πολλαπλότητα ιδιοτιμής . . . . .	696
Ασκήσεις για το 15 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	699
<b>16 ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ</b>	<b>703</b>

16.1	Εισαγωγή . . . . .	703
16.1.1	Προκαταρκτική συζήτηση . . . . .	704
16.2	Γραμμικές διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης . . . . .	707
16.2.1	Σταθεροί συντελεστές . . . . .	707
16.2.2	Μεταβλητοί συντελεστές . . . . .	712
16.3	Ορισμένες μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης . . . . .	717
16.3.1	Το λογιστικό μοντέλο . . . . .	717
16.3.2	Εξίσωση Bernoulli . . . . .	719
16.4	Διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης: ύπαρξη λύσεων . . . . .	723
16.5	Διαφορικές εξισώσεις δεύτερης και ανώτερης τάξης . . . . .	724
16.5.1	Σταθεροί συντελεστές . . . . .	724
16.5.2	Εξαγωγή της λύσης . . . . .	725
16.6	Συστήματα διαφορικών εξισώσεων . . . . .	729
16.7	Ευστάθεια . . . . .	733
	Ασκήσεις για το 16 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	737
<b>17</b>	<b>ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ</b>	<b>741</b>
17.1	Εισαγωγή . . . . .	741
17.2	Παραδείγματα παρακίνησης . . . . .	742
17.3	Γραμμικές εξισώσεις διαφορών πρώτης τάξης . . . . .	745
17.3.1	Επίλυση γραμμικών εξισώσεων διαφορών πρώτης τάξης . . . . .	746
17.3.2	Σταθερή συνάρτηση εξαναγκασμού . . . . .	747
17.3.3	Το μοντέλο ιστού αράχνης . . . . .	749
17.3.4	Εξισώσεις με μεταβλητή συνάρτηση εξαναγκασμού . . . . .	751
17.4	Γραμμικές εξισώσεις διαφορών δεύτερης τάξης . . . . .	752
17.4.1	Η μη ομογενής εξίσωση . . . . .	753
17.4.2	Η ομογενής εξίσωση . . . . .	754
17.4.3	Η γενική λύση . . . . .	755
17.4.4	Ευστάθεια . . . . .	756
17.4.5	Παραδείγματα . . . . .	757
17.4.6	Το μοντέλο πολλαπλασιαστή-επιταχυντή του Samuelson . . . . .	758
17.5	Διανυσματικές εξισώσεις διαφορών . . . . .	761



17.5.1	Η μερική λύση . . . . .	761
17.5.2	Η συμπληρωματική λύση . . . . .	762
17.6	Περίπτωση $n$ μεταβλητών . . . . .	765
17.7	Ποικίλοι υπολογισμοί . . . . .	766
17.7.1	Διάφορες συναρτήσεις εξαναγκασμού: λύσεις . . .	766
17.7.2	Ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης . . . . .	768
17.7.3	Ευστάθεια . . . . .	773
	Ασκήσεις για το 17 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	777
<b>18</b>	<b>ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ</b>	<b>781</b>
18.1	Εισαγωγή . . . . .	781
18.2	Τυχαίες μεταβλητές . . . . .	782
18.3	Συνάρτηση κατανομής και πυκνότητα . . . . .	785
18.3.1	Δεσμευμένη κατανομή . . . . .	787
18.3.2	Από κοινού κατανομές . . . . .	788
18.4	Διακριτές κατανομές . . . . .	791
18.4.1	Κατανομή Bernoulli . . . . .	791
18.4.2	Διωνυμική κατανομή . . . . .	791
18.4.3	Κατανομή Poisson . . . . .	795
18.4.4	Διαδικασία Poisson . . . . .	796
18.5	Συνεχείς κατανομές . . . . .	798
18.5.1	Ομοιόμορφη κατανομή . . . . .	798
18.5.2	Εκθετική κατανομή . . . . .	799
18.5.3	Κανονική κατανομή . . . . .	800
18.5.4	Ροπογεννήτριες συναρτήσεις . . . . .	803
18.5.5	Κατανομή $\chi^2$ . . . . .	804
18.5.6	Κατανομή $t$ . . . . .	807
18.5.7	Κατανομή $F$ . . . . .	813
	Ασκήσεις για το 18 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	815
<b>19</b>	<b>ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ</b>	<b>821</b>
19.1	Εισαγωγή . . . . .	821
19.2	Εκτίμηση . . . . .	821
19.2.1	Αμεροληψία και αποτελεσματικότητα . . . . .	822
19.3	Συμπεριφορά μεγάλου δείγματος . . . . .	825
19.3.1	Νόμος των μεγάλων αριθμών . . . . .	825
19.3.2	Κεντρικό οριακό θεώρημα . . . . .	828

---

19.4 Έλεγχος υποθέσεων . . . . .	831
19.4.1 Έλεγχος μιας υπόθεσης . . . . .	832
19.4.2 Τύποι σφάλματος . . . . .	833
19.4.3 Απλή μηδενική και εναλλακτική υπόθεση . . . . .	838
19.4.4 Ομοιόμορφα ισχυρότατοι έλεγχοι . . . . .	840
19.4.5 Αμφίπλευροι έλεγχοι . . . . .	847
19.4.6 Αμερόληπτοι έλεγχοι . . . . .	850
19.4.7 Χρήση των $\chi^2$ και $F$ ελέγχων . . . . .	851
19.5 Οικονομετρικές εφαρμογές . . . . .	853
19.5.1 Υπολογισμοί πίνακα . . . . .	853
19.5.2 Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων . . . . .	854
19.5.3 Κατανομές και έλεγχος υποθέσεων . . . . .	858
19.5.4 Στατιστικές ελέγχου . . . . .	860
19.5.5 Έλεγχος υπόθεσης για γραμμικό μοντέλο . . . . .	862
Ασκήσεις για το 19 <sup>ο</sup> Κεφάλαιο . . . . .	867