

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

ΠΟΛΛΟΙ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΛΟΓΟΙ για τους οποίους αποφάσισα να γράψω το παρόν εγχειρίδιο και μάλιστα υπό αυτή τη μορφή. Το βασικό μου κίνητρο πηγάζει από την προσωπική μου εμπειρία ως φοιτητή, όταν ήρθα για πρώτη φορά σε επαφή με τα μαθηματικά και την οικονομική επιστήμη μαζί.

Ως προπτυχιακός φοιτητής είχα παρακολουθήσει πλήθος εισαγωγικών μαθημάτων στην οικονομική επιστήμη και είχα διαπιστώσει ότι ο τομέας αυτός διεγείρει και ακονίζει το μυαλό, ενώ ταυτόχρονα μου έδωσε μια πραγματική εικόνα του πώς και γιατί λαμβάνονται οι οικονομικές αποφάσεις τόσο σε ατομικό όσο και σε επιχειρηματικό ή κυβερνητικό επίπεδο. Τα μαθήματα που παρακολούθησα – μικροοικονομική και μακροοικονομική – διδάσκονταν με τις αρχές της περιγραφικής, λεκτικής λογικής με τη βοήθεια απλών γραφημάτων και διαγραμμάτων. Με βοήθησαν να κατανοήσω τις γενικές αρχές που εμπλέκονται στα οικονομικά υποδείγματα και στην οικονομική ανάλυση: για παράδειγμα, ότι το οριακό κόστος και το οριακό έσοδο θα ήταν ίσα με τη μεγιστοποίηση του κέρδους. Ή πώς η επιβολή φόρου σε ένα προϊόν θα επηρεάσει την προσφορά και τη ζήτηση ισορροπίας.

Ωστόσο, αυτά τα μαθήματα μου άφησαν και ένα μικρό κενό. Είχαν εισαγάγει απλά οικονομικά υποδείγματα και, μέσω της λεκτικής λογικής, κατέληγαν σε ένα οικονομικό συμπέρασμα που θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε αυτή τη συγκεκριμένη κατάσταση. Ωστόσο, για μένα ο πόλος έλξης ήταν οι γενικεύσεις. Θα μεγιστοποιείται το κέρδος όταν το οριακό κόστος ισούται με το οριακό έσοδο σε κάθε οικονομική κατάσταση, κι όχι μόνο σε αυτήν που εξετάσαμε στην τάξη; Η επίδραση ενός φόρου στην προσφορά και τη ζήτηση ισορροπίας θα είναι πάντα η ίδια; Αν και τότε δεν το είχα συνειδητοποιήσει, αναζητούσα τρόπους για να εξαγάγω γενικά οικονομικά συμπεράσματα, κι όχι μόνο συγκεκριμένα, μεμονωμένα. Ένας από τους δασκάλους μου πρότεινε να μελετήσω τα Οικονομικά Μαθηματικά για να μπορέσω να το κάνω – εξ ου και το πρώτο μου μάθημα πάνω στο αντικείμενο.

Και αυτό ήταν ένα πραγματικό σοκ. Τελευταία φορά είχα κάνει μαθηματικά στο γυμνάσιο. Δεν ήταν το αγαπημένο μου μάθημα, αφού δεν το καταλάβαινα πλή-

πως με τον τρόπο που διδασκόταν και δεν μπορούσα να δω τη σημασία του στον πραγματικό κόσμο. Ωστόσο, έπρεπε να περάσω τα μαθηματικά στο σχολείο για να εισέλθω στο πανεπιστήμιο, οπότε κατάφερα να περάσω τις εξετάσεις (με τη δεύτερη προσπάθεια). Αλλά τα πρώτα μαθήματα Μαθηματικής Οικονομικής στο πανεπιστήμιο ήταν ακόμη πιο δύσκολα: ήταν σαν να διδάσκεισαι κάτι σε μια ξένη γλώσσα που δεν καταλαβαίνεις. Οι καθηγητές χρησιμοποιούσαν σύμβολα που δεν είχα ξαναδεί ποτέ (πόσο μάλλον να ξέρω πώς να τα προφέρω), όλοι είχαν ένα πολύ ισχυρό υπόβαθρο στα μαθηματικά (όπως και οι περισσότεροι από τους συμφοιτητές μου) και όλοι έτρεφαν ένα διακαές ενδιαφέρον για τα ίδια τα μαθηματικά (το οποίο εγώ δεν είχα). Έτσι, έψαξα να βρω ένα σύγγραμμα που θα με βοηθούσε να καταλάβω τι ήταν τα Οικονομικά Μαθηματικά. Όμως, ακόμα και αυτά δεν βοήθησαν πολύ. Είχαν γραφτεί από ακαδημαϊκούς που ήταν καλοί στα μαθηματικά για φοιτητές που ήταν καλοί στα μαθηματικά. Η υπόθεση φαινόταν να είναι ότι αν δεν έχεις ένα ισχυρό υπόβαθρο μαθηματικών εξ αρχής δεν θα έπρεπε να σπουδάζεις οικονομικά μαθηματικά. Μετά από πολύ σκληρή δουλειά –και λίγη τύχη– πέρασα το μάθημα των οικονομικών μαθηματικών και τελικά τα μαθηματικά άρχισαν να αποκτούν νόημα, ενώ μπορούσα πλέον να εκτιμήσω πώς με βοήθησαν ως οικονομολόγο. Αλλά είπα στον εαυτό μου ότι αν είχα ποτέ την ευκαιρία να γράψω ένα βιβλίο για τα μαθηματικά και την οικονομική για σπουδαστές όπως εγώ, θα το έκανα. Και ιδού το αποτέλεσμα.

Το βιβλίο έχει γραφτεί για εκείνους των οποίων το κύριο ενδιαφέρον είναι τα οικονομικά και η οικονομική ανάλυση, αλλά επιθυμούν να πραγματοποιήσουν την εν λόγω ανάλυση χρησιμοποιώντας ως εργαλείο τα μαθηματικά. Ο στόχος του βιβλίου είναι να δείξει πώς τα μαθηματικά μάς επιτρέπουν να κάνουμε πιο τεκμηριωμένη ανάλυση στα οικονομικά και όχι στα μαθηματικά καθαντά. Αυτός είναι ο λόγος που εισάγουμε και εξηγούμε τις μαθηματικές αρχές, όχι ως αυτοσκοπό, αλλά για να αναπτύξουμε τις δεξιότητές μας και τις γνώσεις μας στο πεδίο των οικονομικών. Αυτό επιτυγχάνεται με σταδιακό και ανοδικό τρόπο. Το κείμενο ξεκινά κάνοντας την απαραίτητη εισαγωγή στα βασικά μαθηματικά και δείχνει την αξία τους στην οικονομική ανάλυση. Σταδιακά, εισάγονται πιο προχωρημένα μαθηματικά θέματα, αλλά, όπως πάντα, εξετάζοντας πώς αυτά προσθέτουν αξία στην κατανόηση της οικονομικής θεωρίας και πράξης.

Μέχρι να φτάσετε στο τέλος του κειμένου, ελπίζω ότι, όπως συνέβη και στη δική μου περίπτωση, θα έχετε μετατραπεί σε έναν οικονομολόγο που βλέπει τη χρησιμότητα της μαθηματικής ανάλυσης και έχει την ικανότητα και την αυτοπεποίθηση να χρησιμοποιεί τα μαθηματικά ως αναπόσπαστο μέρος μιας τέτοιας ανάλυσης. Ας ξεκινήσουμε το ταξίδι.

Μια γρήγορη περιήγηση στο βιβλίο

Το σύγγραμμα διαιρείται σε πέντε κεφάλαια. Εντός του κάθε κεφαλαίου, το περιεχόμενο αναλύεται σε μια σειρά επιμέρους ενοτήτων. Κάθε ενότητα καλύπτει ένα συγκεκριμένο θέμα ή μια τεχνική και μπορεί να εξεταστεί σε μια σχετικά σύντομη περίοδο.

Στο **Κεφάλαιο Α, Τα θεμέλια της οικονομικής ανάλυσης**, ξεκινάμε κάνοντας μια εισαγωγή σε μερικές από τις βασικές μαθηματικές έννοιες και τις δεξιότητες που μας επιτρέπουν αμέσως να εξετάσουμε συγκεκριμένες εφαρμογές των μαθηματικών στην οικονομική. Οι σπουδαστές με καλές μαθηματικές δεξιότητες θα μπορέσουν να καλύψουν γρήγορα αυτό το υλικό και να επικεντρωθούν στην οικονομική εφαρμογή αυτών των τεχνικών. Εκείνοι στους οποίους η αφετηρία κατανόησης αυτών των εννοιών είναι πιο περιορισμένη είναι σε θέση να κινηθούν με πιο αργό ρυθμό για να διασφαλίσουν ότι θα αναπτύξουν επαρκή κατανόηση αυτού του υλικού πριν προχωρήσουν παρακάτω. Στο **Κεφάλαιο Β, Γραμμικά μοντέλα στην οικονομική ανάλυση**, εξετάζουμε λεπτομερώς τις αρχές των γραμμικών μοντέλων, καθώς αυτά είναι ιδιαίτερα συνήθη στην οικονομική ανάλυση. Μέσω της χρήσης τέτοιων γραμμικών μοντέλων εξετάζουμε τις μαθηματικές αρχές που θεμελιώνουν την οικονομική έννοια της ισορροπίας και εξετάζουμε την ισορροπία τόσο σε επίπεδο ανάλυσης της αγοράς όσο και σε επίπεδο εθνικού εισοδήματος. Στη συνέχεια, προχωράμε στο πεδίο της γραμμικής άλγεβρας. Δεδομένου ότι τα οικονομικά υποδείγματα καταπιάνονται συχνά με μεγάλα σύνολα εξισώσεων, είναι απαραίτητη μια μέθοδος αντιμετώπισης και χειρισμού τέτοιων συστημάτων εξισώσεων: η γραμμική άλγεβρα μας παρέχει αυτό το πλαίσιο. Κάνουμε μια εισαγωγή στις αρχές της γραμμικής άλγεβρας και βλέπουμε πώς αυτές μπορούν να βρουν εφαρμογή στην ανάλυση της ισορροπίας που έχει ολοκληρωθεί μέχρι στιγμής. Βλέπουμε, επίσης, πώς η γραμμική άλγεβρα μπορεί να εφαρμοστεί σε έναν ιδιαίτερα ισχυρό τύπο οικονομικής ανάλυσης, αυτόν της υποδειματοποίησης των εισροών-εκροών. Το **Κεφάλαιο Γ, Βελτιστοποίηση στην οικονομική ανάλυση**, διερευνά πώς τα μαθηματικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε έναν ιδιαίτερα σημαντικό τομέα της οικονομικής ανάλυσης, εκείνο της βελτιστοποίησης. Αυτό μπορεί να ισχύει για μια επιχείρηση που επιθυμεί να μεγιστοποιήσει (βελτιστοποιήσει) τα κέρδη της ή το μερίδιο αγοράς της. Ή για μια επιχείρηση που επιθυμεί να ελαχιστοποιήσει το κόστος παραγωγής της. Ή για μια κυβέρνηση που επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα φορολογικά της έσοδα. Η βελτιστοποίηση αποτελεί κομβικό μέρος της οικονομικής θεωρίας και της υποδειματοποίησης και θα εξετάσουμε λεπτομερώς πώς τα μαθηματικά μπορούν να συνδράμουν ιδιαίτερα μέσω της εφαρμογής του λογισμού. Το **Κεφάλαιο Δ, Βελτιστοποίηση με πολλές μεταβλητές**, εξετάζει πώς μπορούμε να πραγματοποιήσουμε μια ανάλυση στην οικονομική βελτιστοποίηση με πιο περίπλοκα, ρεαλιστικά υποδείγματα που περιλαμβάνουν πολλές μεταβλητές. Και εδώ, θα εφαρμόσουμε τις μαθηματικές αρχές σε ένα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α Τα θεμέλια της οικονομικής ανάλυσης	Ενότητα Α1: Εργαλεία του επαγγέλματος: οι βασικές αρχές της άλγεβρας Ενότητα Α2: Γραμμικές σχέσεις στην οικονομική ανάλυση Ενότητα Α3: Μη γραμμικές σχέσεις στην οικονομική ανάλυση
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β Τα γραμμικά υποδείγματα στην οικονομική ανάλυση	Ενότητα Β1: Οι αρχές των γραμμικών υποδειγμάτων Ενότητα Β2: Υποδείγματα προσφοράς και ζήτησης στην αγορά Ενότητα Β3: Υποδείγματα εθνικού εισοδήματος Ενότητα Β4: Γραμμική άλγεβρα: βασικές αρχές Ενότητα Β5: Γραμμική άλγεβρα: αντιστροφή Ενότητα Β6: Οικονομική ανάλυση με γραμμική άλγεβρα Ενότητα Β7: Ανάλυση εισροών-εκροών
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Γ Βελτιστοποίηση στην οικονομική ανάλυση	Ενότητα Γ1: Τετραγωνικές συναρτήσεις στην οικονομική ανάλυση Ενότητα Γ2: Η παράγωγος και οι κανόνες παραγωγίσης Ενότητα Γ3: Παράγωγοι και οικονομική ανάλυση Ενότητα Γ4: Οι αρχές της βελτιστοποίησης Ενότητα Γ5: Βελτιστοποίηση στην οικονομική ανάλυση Ενότητα Γ6: Βελτιστοποίηση στη θεωρία παραγωγής
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Δ Βελτιστοποίηση με πολλές μεταβλητές	Ενότητα Δ1: Συναρτήσεις με περισσότερες από δύο μεταβλητές Ενότητα Δ2: Ανάλυση οικονομικών υποδειγμάτων πολλών μεταβλητών Ενότητα Δ3: Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς Ενότητα Δ4: Βελτιστοποίηση με περιορισμούς
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ε Πρόσθετα θέματα στην οικονομική ανάλυση	Ενότητα Ε1: Ολοκλήρωση και οικονομική ανάλυση Ενότητα Ε2: Χρηματοοικονομική ανάλυση Ι: τόκος και παρούσα αξία Ενότητα Ε3: Χρηματοοικονομική ανάλυση ΙΙ: ράντες, τοκοχρεωλυτικές δόσεις και υποδείγματα οικονομικής μεγέθυνσης Ενότητα Ε4: Εισαγωγή στη δυναμική Ενότητα Ε5: Οι πιθανότητες στην οικονομική ανάλυση

ΣΧΗΜΑ Ρ.1 Επισκόπηση του βιβλίου

πλήθος κοινών τομέων της οικονομικής ανάλυσης, όπως είναι η ισορροπία αγοράς, η θεωρία παραγωγής, η θεωρία χρησιμότητας και η οικονομική του εθνικού εισοδήματος. Τέλος, το **Κεφάλαιο Ε, Περαιτέρω θέματα οικονομικής ανάλυσης**, εισάγει μια ποικιλία πιο εξειδικευμένων τομέων εφαρμογής. Θα εξετάσουμε τις αρχές της ολοκλήρωσης και πώς αυτές μπορούν να βρουν εφαρμογή στην ανάλυση, λόγω χάρι του πλεονάσματος του καταναλωτή και του παραγωγού, και στον σχηματισμό αποθεμάτων κεφαλαίου. Στη συνέχεια, θα διερευνήσουμε πώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα μαθηματικά και η οικονομική στον τομέα της χρηματοοικονομικής ανάλυσης. Θα δούμε πώς μπορεί να επεκταθεί περαιτέρω η οικονομική ανάλυση μέσω της χρήσης δυναμικών υποδειγμάτων που μελετούν πώς επέρχεται η οικονομική αλλαγή με την πάροδο του χρόνου. Τέλος, θα δούμε πώς οι αρχές της πιθανότητας και της αβεβαιότητας σχετίζονται με την οικονομική ανάλυση.

Η προσέγγιση που υιοθετεί το βιβλίο

Κάθε κεφάλαιο ξεκινά περιγράφοντας γιατί πρέπει να αναπτύξουμε μια συγκεκριμένη μαθηματική έννοια ή τεχνική. Η ανάγκη για τέτοιες δεξιότητες απεικονίζεται με αναφορά σε συγκεκριμένα παραδείγματα από τη μελέτη των οικονομικών. Αυτή η προσέγγιση θα σας βοηθήσει να εκτιμήσετε από την αρχή των σπουδών σας γιατί εξετάζουμε μια συγκεκριμένη τεχνική ως οικονομολόγοι και όχι ως μαθηματικοί. Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε λεπτομερώς τις βασικές αρχές που διέπουν κάθε μαθηματικό θέμα – εκ νέου χρησιμοποιώντας μια σειρά από επεξηγηματικά παραδείγματα από τα οικονομικά – και με ρυθμό που μπορεί να προσαρμοστεί στο δικό σας επίπεδο κατανόησης. Φυσικά, αυτός ο ρυθμός μπορεί να είναι σχετικά χαλαρός στην αρχή, αλλά γρήγορα θα ενταθεί καθώς προχωράτε και θα αναπτύξετε ένα σωρευτικό σύνολο δεξιοτήτων και γνώσεων. Τέλος, θα επιστρέψουμε για να εξετάσουμε την εφαρμογή των μαθηματικών τεχνικών που έχουμε αναπτύξει στο πλαίσιο των οικονομικών. Ένα σύνολο παραδειγμάτων θα αντληθούν από διαφορετικούς τομείς της οικονομικής ως απεικόνιση της εκτεταμένης πιθανής εφαρμογής.

Σε όλα τα κεφάλαια του βιβλίου χρησιμοποιούνται λεπτομερή παραδείγματα και, όπου είναι απαραίτητο, μια γραφική παράσταση των βασικών εννοιών. Άξια αναφοράς είναι και τα εξής χαρακτηριστικά.

Μαθησιακοί στόχοι

Κάθε ενότητα ορίζει έναν κατάλογο Μαθησιακών Στόχων που περιγράφουν το σύνολο των γνώσεων τις οποίες θα πρέπει να έχετε συγκεντρώσει κατά την ολοκλήρωση αυτής της ενότητας. Χρησιμεύουν ως δείκτης του τι καλύπτει η ενότητα και επίσης σας βοηθούν να αξιολογήσετε και να ελέγξετε τις γνώσεις σας στο τέλος κάθε ενότητας.

Έλεγχος γνώσεων

Στις πρώτες ενότητες υπάρχει μια δραστηριότητα Ελέγχου Γνώσης. Αυτό σας επιτρέπει να διαπιστώσετε εάν είστε ήδη εξοικειωμένοι με τα μαθηματικά σε αυτή την ενότητα. Αυτό επιτρέπει στους φοιτητές να προχωρήσουν με τον δικό τους ρυθμό, σύμφωνα με τις υπάρχουσες γνώσεις μαθηματικών.

Ενδείξεις

Οι ενδείξεις δίνονται, ιδίως στις αρχικές ενότητες, για να σας βοηθήσουν να ακολουθήσετε τους μαθηματικούς υπολογισμούς και τη σχετική οικονομική ανάλυση.

Έλεγχοι προόδου

Σε κάθε ενότητα δίνονται δραστηριότητες Ελέγχου Προόδου. Γρήγορα θα καταστεί κατανοητό ότι η ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων για τους φοιτητές της οικονομικής επιστήμης είναι μια αθροιστική διαδικασία: δηλαδή, οι δεξιότητες που αναπτύχθηκαν στις πρώτες ενότητες θα θεωρηθούν δεδομένες στις μεταγενέστερες ενότητες, καθώς εισάγονται πιο περίπλοκα θέματα. Είναι σημαντικό, πριν ολοκληρώσετε μια συγκεκριμένη ενότητα, να κατανοήσετε πλήρως τι έχει καλυφθεί και να είστε σε θέση να εφαρμόσετε τις μαθηματικές δεξιότητες και να εκτιμήσετε τις μαθηματικές έννοιες που έχουν εισαχθεί εκεί. Συχνά θα μπειτε στον πειρασμό να παραλείψετε ένα θέμα που αποδεικνύεται ιδιαίτερα δύσκολο. Μπορείτε να το εξορθολογήσετε λέγοντας: «Δεν μπορώ να το καταλάβω αυτή τη στιγμή, αλλά θα επανέλθω αργότερα όταν έχω τον χρόνο (και την υπομονή) – και όταν πλησιάζει η εξέταση!»

Πολύ συχνά, ωστόσο, οι φοιτητές δεν επανέρχονται στη μελέτη του παραλειφθέντος κεφαλαίου και σε ένα μεταγενέστερο στάδιο συνειδητοποιούν ότι δεν είναι σε θέση να καταλάβουν ένα θέμα που βασίζεται σε αυτό που παραλείφθηκε. Προκειμένου να βεβαιωθείτε ότι καταλαβαίνετε το υλικό προοδευτικά, σε κάθε ενότητα παρέχουμε δραστηριότητες Ελέγχου Προόδου. Η πρόθεση είναι κάθε τέτοια δραστηριότητα να εξετάζει την κατανόηση και τις δεξιότητες πάνω στο υλικό που έχει παρουσιαστεί μέχρι στιγμής. Σας συνιστούμε να σταματήσετε εκεί και να ολοκληρώσετε τη δραστηριότητα πριν συνεχίσετε. Οι λύσεις για αυτές τις δραστηριότητες δίνονται είτε αμέσως μετά τη δραστηριότητα είτε στο Παράρτημα 3.

Αναλυτικό παράδειγμα

Προς το τέλος κάθε ενότητας θα βρείτε ένα Αναλυτικό Παράδειγμα. Συνήθως, πρόκειται για ένα λεπτομερές πρόβλημα που επισημαίνει και συγκεντρώνει τις βασικές αρχές της ύλης που έχει καλυφθεί σε αυτή την ενότητα, αλλά πάντα στο πλαίσιο της οικονομικής ανάλυσης. Σας συνιστούμε να επεξεργαστείτε μόνοι σας τέτοια παραδείγματα. Στη συνέχεια, μπορείτε να ελέγξετε την απάντηση που δώσατε (και την

κατανόησή σας για το περιεχόμενο της ενότητας) με τη λεπτομερή και πλήρως αναλυτική λύση που προσφέρεται.

Ασκήσεις

Στο τέλος κάθε ενότητας δίνονται μερικές ασκήσεις. Πρόκειται για πιο λεπτομερή και διεξοδικά τεστ των δεξιοτήτων, των γνώσεων και των ικανοτήτων σας και, ως εκ τούτου, εξυπηρετούν διάφορους σκοπούς. Εισάγουν προβλήματα μεγαλύτερης κλίμακας από αυτά που εξετάστηκαν στην ίδια την ενότητα. Τέτοιες ασκήσεις θα σας βοηθήσουν επίσης στην ενίσχυση των βασικών σημείων που καλύπτονται στην ενότητα και θα σας ενθαρρύνουν να αναπτύξετε τις δεξιότητές σας τόσο στη μαθηματική ανάλυση και στον υπολογισμό όσο και από άποψη μαθηματικής λογικής. Ένας τελικός σκοπός των ασκήσεων είναι ότι συχνά εγείρουν ερωτήματα και ζητήματα τα οποία θα συναντήσετε σε επόμενες ενότητες, ενθαρρύνοντας έτσι να εξετάσετε και να αξιολογήσετε κριτικά τι έχει καλυφθεί μέχρι στιγμής. Για αυτούς τους λόγους σας συνιστούμε να κάνετε όσο το δυνατόν περισσότερες από αυτές τις ασκήσεις πριν προχωρήσετε στην επόμενη ενότητα. Σύντομες λύσεις για τις ασκήσεις δίνονται στο Παράρτημα 4.

Για τους καθηγητές που χρησιμοποιούν το βιβλίο, υπάρχει ξεχωριστό Εγχειρίδιο Λύσεων διαθέσιμο στο διαδίκτυο. Αποτελούμενο από περισσότερες από 250 σελίδες, αυτό περιέχει πλήρεις λύσεις για τις ασκήσεις, καθώς και λεπτομερή ανάλυση και προτάσεις για περαιτέρω συζήτηση στην τάξη σχετικά με αυτό το θέμα.

Excel

Τέλος, ορισμένες ενότητες περιέχουν λεπτομερή καθοδήγηση σχετικά με το πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί το MS Excel για να βοηθήσει με μερικούς από τους μαθηματικούς υπολογισμούς που συζητούνται σε αυτή την ενότητα.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΠΟΛΥ ΠΙΘΑΝΟΝ να αναρωτιέστε τι σχέση έχουν τα μαθηματικά με την οικονομική ανάλυση. Όπως πολλοί άλλοι φοιτητές, σας διακατέχει και εσάς το ένθερμο ενδιαφέρον να σπουδάσετε οικονομικά και να κατανοήσετε πώς τα οικονομικά και η οικονομική ανάλυση συνεισφέρουν στις μικροοικονομικές και στις μακροοικονομικές δραστηριότητες. Όπως θα δούμε στο βιβλίο αυτό, οι αφοσιωμένοι σπουδαστές της σύγχρονης οικονομικής ανάλυσης χρειάζονται ένα σύνολο απαραίτητων μαθηματικών δεξιοτήτων και τεχνικών. Τέτοιες δεξιότητες και τεχνικές είναι προϋπόθεση ώστε να κατανοήσουμε σωστά την οικονομική θεωρία, την οικονομική συμπεριφορά και τη σύγχρονη οικονομική ανάλυση. Ας μελετήσουμε τα παρακάτω σενάρια.

Σενάριο 1

Ως επακόλουθο της τραπεζικής κρίσης που ξέσπασε το 2008, ιδίως στις ΗΠΑ και στο Ηνωμένο Βασίλειο, μια σειρά από κυβερνήσεις υποχρεώθηκαν να διοχετεύσουν έκτακτη χρηματοδότηση προς το τραπεζικό τους σύστημα, με σκοπό να στηρίξουν τις τράπεζες και τα χρηματοοικονομικά ιδρύματα που βρίσκονταν στο χείλος της κατάρρευσης. Ως αποτέλεσμα, οι κυβερνητικές δαπάνες και, συνεπώς, ο δανεισμός σημείωσαν δραματική αύξηση. Ο υπουργός Οικονομικών αποφάσισε τώρα ότι το έλλειμμα της κυβέρνησης (η διαφορά μεταξύ των χρημάτων που εισπράττει η κυβέρνηση σε φόρους και όσων ξοδεύει) χρειάζεται να μειωθεί σημαντικά, προκειμένου να φέρει σε περισσότερη ισορροπία τον κυβερνητικό προϋπολογισμό. Ωστόσο, ο υπουργός τρέφει ανησυχίες σχετικά με τον αντίκτυπο που θα έχει σε συγκεκριμένους τομείς της οικονομίας η μείωση των κρατικών δαπανών.

Η μείωση των κρατικών δαπανών έχει συνέπειες για τις επιχειρήσεις που προμηθεύουν την κυβέρνηση με αγαθά και υπηρεσίες, για τους εργαζόμενους

τους, για τους μετόχους τους και συχνά για την ευρύτερη κοινότητα επίσης. Ωστόσο, ένας τομέας χρήζει ιδιαίτερης προσοχής: η κυβέρνηση σκέφτεται να ακυρώσει μερικές σημαντικές ναυπηγικές συμβάσεις με την προσδοκία να εξοικονομήσει πολλά χρήματα από τις μειώσεις των αμυντικών δαπανών. Εντούτοις, οι ναυπηγικές εταιρείες θα δέχονταν σοβαρό πλήγμα και θα έπρεπε να μειώσουν σημαντικά το εργατικό δυναμικό τους. Με τη σειρά του, αυτό θα οδηγούσε σε ζημία στα φορολογικά έσοδα για την κυβέρνηση και αυξημένες παροχές πρόνοιας για όσους έχασαν τη δουλειά τους. Ο υπουργός σας ζήτησε να καταρτίσετε μια οικονομική ανάλυση του συνολικού αντίκτυπου μιας τέτοιας απόφασης.

Σενάριο 2

Σας έχει προσεγγίσει τόσο η easyJet όσο και η Ryanair, δύο πολύ επιτυχημένες αεροπορικές εταιρείες χαμηλού κόστους που λειτουργούν στην Ευρώπη. Ανησυχούν ότι η Ευρωπαϊκή Ένωση εξετάζει το ενδεχόμενο επιβολής πρόσθετων φόρων στους επιβάτες που κάνουν κράτηση για πτήσεις μικρών αποστάσεων, προσθέτοντας τον φόρο στην τιμή του εισιτηρίου που χρεώνει η αεροπορική εταιρεία. Ο δηλωμένος σκοπός πίσω από τέτοιους φόρους είναι να ενθαρρύνει τους επιβάτες να στραφούν σε πιο φιλικές προς το περιβάλλον μεταφορές (όπως ηλεκτρικά τρένα), καθιστώντας τα αεροπορικά ταξίδια μικρών αποστάσεων πιο ακριβά, και έτσι να μειώσουν το αποτύπωμα άνθρακα των ταξιδιών και να συμβάλουν στη μείωση της υπερθέρμανσης του πλανήτη. Για άλλη μια φορά, σας ζητήθηκε να πραγματοποιήσετε μια οικονομική ανάλυση για να εκτιμήσετε τον αντίκτυπο που θα είχε ένας τέτοιος φόρος στην επιχειρηματική τους δραστηριότητα. Πώς ένας τέτοιος φόρος θα επηρεάσει τη ζήτηση για αεροπορικά ταξίδια; Πώς θα επηρεάσει τα έσοδα των αεροπορικών εταιρειών; Πώς θα επηρεάσει την κερδοφορία τους;

Σενάριο 3

Η κυβέρνηση αναζητά τρόπους αύξησης τόσο των φορολογικών εσόδων όσο και της δημοτικότητάς της – ένας συνδυασμός που είναι δεν εύκολο να επιτευχθεί. Μια επιλογή είναι να επωφεληθεί από την τρέχουσα αντιδημοτικότητα των ανώτερων στελεχών στον τραπεζικό τομέα. Υπήρξε σημαντική κριτική ότι τα ανώτερα στελέχη έλαβαν πολύ μεγάλα μπόνους τη στιγμή που οι τράπεζες βρίσκονται σε οικονομικά δυσχερή θέση και έπρεπε να λάβουν οικονομική στήριξη από την κυβέρνηση. Η κυβέρνηση σκέφτεται τώρα να θεσπίσει ειδικό φόρο επί των μπόνους των τραπεζιτών. Σας ζήτησε οικονομικές συμβουλές σχετικά με το επίπεδο φόρου που πρέπει να εισαγάγει προκειμένου να μεγιστοποιήσει το ποσό των φορολογικών εσόδων που θα εισπράξει με αυτόν τον τρόπο.

Σενάριο 4

Στο πλαίσιο της στρατηγικής οικονομικής μεγέθυνσης, η κυβέρνηση της Νότιας Αφρικής αναζητά τρόπους για να βοηθήσει τη σύσταση και την επέκταση μικρών επιχειρήσεων. Σκέφτεται να ενθαρρύνει την κεντρική τράπεζα (την Κεντρική Τράπεζα της Νότιας Αφρικής) να αυξήσει την προσφορά χρήματος, με την ελπίδα ότι αυτό θα μειώσει το επιτόκιο το οποίο πρέπει να πληρώσουν οι επιχειρήσεις που δανείζονται χρήματα. Γενικά, η αύξηση της προσφοράς χρήματος σε μια οικονομία καθιστά φθηνότερο και ευκολότερο τον δανεισμό χρημάτων. Το προτεινόμενο μέτρο αναμένεται να αυξήσει τη ζήτηση από εταιρείες για χρηματοδότηση επενδύσεων και να τονώσει κατ' αυτόν τον τρόπο την οικονομική μεγέθυνση, καθώς οι επιχειρήσεις δανείζονται περισσότερα χρήματα που θα τις βοηθήσουν να επεκτείνουν τις οικονομικές τους δραστηριότητες. Ποιες οικονομικές συμβουλές μπορείτε να δώσετε σχετικά με τον αντίκτυπο μιας τέτοιας πολιτικής στην οικονομία;

Αυτά τα σενάρια είναι όλα ρεαλιστικά – και αληθινά. Απεικονίζουν τις καταστάσεις οι οποίες απαιτούν συχνά τη συμβολή των οικονομολόγων και των οικονομικών αναλύσεων. Μερικά από τα σενάρια περιλαμβάνουν ανάλυση και αξιολόγηση του τι θα συμβεί σε μικροοικονομικό επίπεδο – σε επίπεδο μεμονωμένων αγορών, οργανισμών ή ανθρώπων. Μερικά από τα σενάρια περιλαμβάνουν την ανάλυση και την αξιολόγηση σε μακροοικονομικό επίπεδο – σε επίπεδο ολόκληρης της οικονομίας ή σε μέρος αυτής. Τόσο στο μικροοικονομικό όσο και στο μακροοικονομικό επίπεδο είναι πιθανό να χρειαστεί να κάνετε πολλά πράγματα. Πρώτον, θα πρέπει να αναλύσετε κάθε σενάριο προκειμένου να προσδιορίσετε τον γενικό οικονομικό αντίκτυπο που αναμένεται – δηλαδή, χρησιμοποιώντας την οικονομική θεωρία για να προβλέψετε γενικά ποιες οικονομικές αλλαγές είναι πιθανό να συμβούν. Για παράδειγμα, στο σενάριο της easyJet/Ryanair θέλετε να μπορείτε να εξηγήσετε γενικά τα αποτελέσματα που θα είχε η επιβολή ενός φόρου ανεξάρτητα από την ακριβή αξία του φόρου. Δεύτερον, θέλετε να ποσοτικοποιήσετε το ακριβές αποτέλεσμα σε μικροοικονομικό ή μακροοικονομικό επίπεδο – με άλλα λόγια, να είστε σε θέση να προβλέψετε με ακρίβεια για την easyJet/Ryanair τον αντίκτυπο που θα επέφερε μια συγκεκριμένη φορολογική βαθμίδα στην επιχειρηματική τους δραστηριότητα. Αυτός ο συνδυασμός κατανόησης του γενικού αντικτύπου μιας οικονομικής αλλαγής καθώς και της ικανότητας ποσοτικοποίησης των ακριβών αποτελεσμάτων μιας συγκεκριμένης αλλαγής είναι σημαντικός στα οικονομικά.

Στόχος της οικονομικής μας ανάλυσης είναι η κατανόηση των γενικών αρχών που τίθενται σε λειτουργία σε ένα δεδομένο σενάριο καθώς και τις συγκε-

κριμένες λεπτομέρειες. Για παράδειγμα, δεν θα θέλατε να βρίσκεστε σε μια κατάσταση όπου αναλύσατε τον αντίκτυπο, για παράδειγμα, ενός φόρου ύψους 10 € σε κάθε πτήση και, στη συνέχεια, να πρέπει να επαναλάβετε την ανάλυση εάν ο φόρος αλλάξει σε 15 € ή στη συνέχεια να προβείτε εκ νέου στην ίδια ανάλυση επειδή ο φόρος θα είναι τώρα 20 €. Αυτό που πρέπει να είστε σε θέση να κάνετε είναι να εκτιμήσετε τον αντίκτυπο ανεξάρτητα από την ακριβή τιμή του φόρου. Και εδώ είναι που τα μαθηματικά υπεισέρχονται στην οικονομική ανάλυση.

1.1 Η ανάγκη των μαθηματικών στα οικονομικά

Αρχίζουμε με μια τολμηρή δήλωση: προκειμένου να αναπτύξετε μια ολοκληρωμένη κατανόηση τόσο της οικονομικής θεωρίας όσο και της οικονομικής ανάλυσης, χρειάζεστε λεπτομερή κατανόηση των βασικών μαθηματικών αρχών και του ρόλου τον οποίο μπορούν να παίξουν τα μαθηματικά στη μελέτη των οικονομικών. Ενδεχομένως η πρώτη σας επαφή με αυτό το βιβλίο μαθηματικών και οικονομικών να χαρακτηρίζεται από κάποιο βαθμό αβεβαιότητας, ή πιθανώς και ανησυχίας, καθώς δεν είστε σίγουροι για το τι να περιμένετε.

Ως μέρος των σπουδών σας στα οικονομικά, ίσως εκπλαγείτε όταν συνειδητοποιήσετε ότι είναι απαραίτητο να παρακολουθήσετε ένα επίσημο μάθημα μαθηματικής οικονομικής ανάλυσης (που συχνά φέρει τον τίτλο «εφαρμοσμένα οικονομικά», «ποσοτικά οικονομικά» ή κάτι παρόμοιο) και ότι η χρήση των μαθηματικών στα οικονομικά είναι πιο διαδεδομένη από ό,τι νομίζατε. Μπορεί επίσης η προοπτική ότι χρειάζεται να ανακαλέσετε και να χρησιμοποιήσετε βασικές μαθηματικές αρχές και δεξιότητες που αποκτήσατε στο σχολείο να μην είναι κάτι που σας γεμίζει με πολύ ενθουσιασμό. Τα μαθηματικά δεν είναι γενικά ευρέως αγαπητά μεταξύ των μαθητών, οι οποίοι πολύ απλά δεν μπορούν να διακρίνουν τη σημασία τους στον πραγματικό κόσμο.

Ωστόσο, αναπόφευκτο χαρακτηριστικό της σοβαρής μελέτης των οικονομικών είναι η απαραίτητη εξοικείωση και άνεση με τις βασικές μαθηματικές μεθόδους, ενώ κρίνεται αναγκαία η ανάπτυξη των απαραίτητων δεξιοτήτων για να εφαρμόσετε τέτοιες μεθόδους στα οικονομικά υποδείγματα που θα δημιουργήσετε και θα ερευνήσετε σταδιακά. Πάντως, είναι σημαντικό για εμάς να διευκρινίσουμε εξ αρχής ότι αυτό το βιβλίο δεν αφορά τα οικονομικά μαθηματικά καθαυτά, αλλά τη χρήση των μαθηματικών στην οικονομική ανάλυση. Σε αυτό το στάδιο των σπουδών σας, έχετε κάθε δικαίωμα να αναρωτιέστε ποια είναι η διαφορά και αν έχει σημασία. Σε αυτό το εγχειρίδιο εστιάζουμε κυρίως στα εξής:

- Βλέπουμε πώς χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά και την αξία που προσθέτουν στην οικονομική ανάλυση.

- Σας βοηθάμε να αναπτύξετε τις δικές σας δεξιότητες στη χρήση των μαθηματικών για να βελτιώσετε τη δική σας οικονομική ανάλυση.
- Αυξάνουμε το επίπεδο της μαθηματικής σας σιγουριάς.
- Αναπτύσσουμε τη γνώση σας γύρω από τις ευρείες και συνήθεις χρήσεις των μαθηματικών στα οικονομικά.

Καθώς επεξεργάζεστε το υλικό αυτού του βιβλίου, σταδιακά θα αναγνωρίσετε ότι τα μαθηματικά δεν χρειάζεται να θεωρούνται κλάδος χωριστός από τα οικονομικά, αλλά μάλλον ένας κλάδος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ολοκληρωμένο τρόπο για να βοηθήσει στην ανάπτυξη οικονομικών υποδειγμάτων και της οικονομικής θεωρίας. Επαναλαμβάνουμε, ωστόσο, ότι σκοπός αυτού του συγγράμματος δεν είναι να σας κάνει μαθηματικούς, αλλά να σας επιτρέπει να αναπτύξετε τις μαθηματικές δεξιότητες και γνώσεις που θα χρειαστείτε ως οικονομολόγος.

Η σταθερά αυξημένη χρήση των μαθηματικών στα οικονομικά μέσα από την πάροδο του χρόνου μπορεί να αποδοθεί σε διάφορους λόγους. Ένας σημαντικός λόγος είναι ότι τα μαθηματικά αποτελούν ένα χρήσιμο εργαλείο στη μελέτη των οικονομικών. Ενώ είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί κάποια περιορισμένη οικονομική ανάλυση, στηριζόμενη στη λεκτική ανάλυση και τη λογική χωρίς εκτεταμένη χρήση μαθηματικών, η κατάλληλη χρήση των μαθηματικών συμβόλων και των μεθόδων επίλυσης μπορεί να κάνει τη ζωή ενός οικονομολόγου πολύ, πολύ πιο εύκολη.

Ας επιστρέψουμε τώρα στο σενάριο της easyJet. Ως ένα πρώτο βήμα στην προσπάθεια εκτίμησης του αντίκτυπου που μπορεί να έχει ένας κοινοτικός φόρος στον αριθμό των επιβατών, θα μπορούσαμε, για αρχή, να αναλογιστούμε τους παράγοντες που θα επηρεάσουν τον αριθμό των ατόμων τα οποία πετούν με ένα από τα δρομολόγια της easyJet, λόγου χάρη από το Εδιμβούργο προς το Λονδίνο. Σε αυτό το στάδιο, δεν χρειάζεται να γνωρίζουμε τις ακριβείς συνέπειες, παρά μόνο να αντιληφθούμε τι μπορεί να επηρεάσει τον αριθμό των επιβατών που επιλέγουν να ταξιδέψουν με αυτό το δρομολόγιο. Με απλούς οικονομικούς όρους, θα λέγαμε ότι θέλουμε να προσδιορίσουμε τους βασικούς παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση θέσεων σε αυτό το δρομολόγιο.

Έλεγχος Προόδου 1.1

Προτού συνεχίσετε την ανάγνωση, αφιερώστε λίγα λεπτά για να αναφέρετε τους κύριους παράγοντες που πιστεύετε ότι θα μπορούσαν να επηρεάσουν τη ζήτηση θέσεων σε αυτό το δρομολόγιο.

Με βάση την κοινή λογική και πιθανώς βασιζόμενοι σε κάποια προσωπική εμπειρία, ίσως να κρίνατε ότι η ζήτηση αεροπορικών θέσεων σε αυτό το δρομολόγιο θα εξαρτηθεί από διάφορους παράγοντες: την τιμή που χρεώνει η easyJet για τη θέση, την τιμή που χρεώνουν οι ανταγωνιστές της, όπως η British Airways, η οποία επίσης εκτελεί αυτό το δρομολόγιο, το κόστος των εναλλακτικών ταξιδιών, όπως ο ναύλος της σιδηροδρομικής σύνδεσης του Εδιμβούργου με το Λονδίνο ή τα επίπεδα εισοδήματος των ανθρώπων. Ίσως να έχετε συμπεριλάβει και άλλους παράγοντες. Με άλλα λόγια, μπορούμε να δημιουργήσουμε μια λεκτική εικόνα της οικονομικής κατάστασης. Όμως, όπως όλοι γνωρίζουμε, οι λέξεις μπορεί μερικές φορές να εμποδίσουν την κατανόηση, καθώς ο κάθε άνθρωπος διαβάζει διαφορετικά τα πράγματα σε μια συγκεκριμένη φράση και μερικές φορές μπορεί να χρειαστούν πολλές λέξεις για να περιγραφεί μια σχετικά απλή κατάσταση. Ένας πολύ πιο συνοπτικός και ξεκάθαρος τρόπος σύνοψης μιας τέτοιας οικονομικής κατάστασης παρέχεται μέσω του απλού μαθηματικού συμβολισμού, όπως:

$$Q_d = b_1P + b_2P_C + b_3P_A + b_4Y \quad (1.1)$$

Όπου χρησιμοποιούμε γράμματα για να συμβολίσουμε μερικούς από τους παράγοντες που σκεφτήκαμε. Εδώ χρησιμοποιούμε:

Q_d = ο συνολικός αριθμός θέσεων της easyJet που θέλουν να αγοράσουν οι άνθρωποι σε αυτό το δρομολόγιο (συνήα αναφέρεται ως η ζητούμενη ποσότητα (quantity demanded) και προφέρεται «κιου ντι»)

P = η τιμή των αεροπορικών θέσεων της easyJet σε αυτό το δρομολόγιο

P_C = η τιμή των αεροπορικών θέσεων των ανταγωνιστριών εταιρειών σε αυτό το δρομολόγιο

P_A = η τιμή των εναλλακτικών ταξιδιών, όπως του σιδηρόδρομου

Y = το επίπεδο του εισοδήματος των καταναλωτών

Στα οικονομικά αναφερόμαστε σε αυτούς τους παράγοντες ως μεταβλητές – καθώς μεταβάλλονται ή διαφοροποιούνται ανάλογα με την υπό εξέταση οικονομική κατάσταση. Χρησιμοποιούμε άλλα γράμματα (b_1, b_2, b_3, b_4) για να απεικονίσουμε τις λεγόμενες παραμέτρους της σχέσης (συνήα αυτές είναι οι συγκεκριμένες αριθμητικές τιμές που είναι κατάλληλες για τη συγκεκριμένη οικονομική σχέση).

Να σημειωθεί επίσης ότι απεικονίζουμε την Εξ. 1.1 σε πλάγια γραφή. Δεν υπάρχει κανένας ιδιαίτερος λόγος για αυτό, εκτός από το γεγονός ότι τους κάνει να ξεχωρίζουν στο κείμενο και έτσι σας βοηθά να αντιληφθείτε ότι αναφέρονται σε τμήματα μιας μαθηματικής έκφρασης.

Μια τέτοια μαθηματική αναπαράσταση προσφέρει πολλά πλεονεκτήματα στον οικονομικό αναλυτή, μόλις αποκτήσει την απαραίτητη εξοικείωση με αυτά.

Πρώτον, σε όσους καταλαβαίνουν τα μαθηματικά σύμβολα που χρησιμοποιούνται, η χρήση μαθηματικών συμβολισμών για την περιγραφή τέτοιων οικονομικών σχέσεων παρέχει μια οριστική και ξεκάθαρη δήλωση της σχέσης. Μια καθαρά λεκτική περιγραφή μιας οικονομικής σχέσης είναι πιο επιρρεπής στην παρερμηνεία και τη σύγχυση από μια μαθηματική. Γι' αυτόν τον λόγο, οι σχέσεις όπως το παραπάνω παράδειγμα εμφανίζονται με μαθηματικούς όρους. Ωστόσο, όχι μόνο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα μαθηματικά για να περιγράψουμε μια τέτοια σχέση, αλλά μπορούμε επίσης να εφαρμόσουμε τη μαθηματική συλλογιστική και λογική. Τα μαθηματικά είναι ένα ιδιαίτερα ισχυρό εργαλείο που μας επιτρέπει να εξάγουμε λογικά συμπεράσματα σχετικά με τα πρότυπα της οικονομικής συμπεριφοράς. Στο παραπάνω παράδειγμα, ένας οικονομολόγος με την κατάλληλη μαθηματική γνώση μπορεί να βρει την επίδραση, για παράδειγμα, μιας μεταβολής του εισοδήματος των καταναλωτών στη ζητούμενη ποσότητα του προϊόντος, υπό την κρίσιμη υπόθεση ότι οι άλλοι παράγοντες της εξίσωσης παραμένουν αμετάβλητοι. Αυτή είναι μια πολύ κοινή υπόθεση που χρησιμοποιείται στην οικονομική ανάλυση και θα τη χρησιμοποιούμε συχνά. Εάν θέλαμε να επιλύσουμε τη γενική επίδραση στο Q_d (ζήτηση για θέσεις της easyJet σε αυτό το δρομολόγιο) αν το Y (εισόδημα καταναλωτή) αλλάξει, τότε ο μόνος τρόπος να το κάνουμε αυτό είναι να κάνουμε την υπόθεση ότι όλοι οι άλλοι παράγοντες παραμένουν ακριβώς ως έχουν. Εάν δεν κάναμε αυτή την υπόθεση, αλλά επιτρέπαμε να αλλάξουν κι άλλοι παράγοντες ταυτόχρονα, θα ήταν αδύνατο να προσδιοριστεί αυτό που προκαλούσε τη μεταβολή του Q_d . Οι οικονομολόγοι αναφέρονται σε αυτή την υπόθεση χρησιμοποιώντας τη φράση «τα άλλα πράγματα παραμένουν αμετάβλητα» ή με τη λατινική έκφραση «*ceteris paribus*» (προφέρεται «κέτερις πάριμπους»), που κυριολεκτικά σημαίνει «με τα άλλα πράγματα να μένουν σταθερά» ή «τα άλλα πράγματα παραμένουν αμετάβλητα».

Με τα άλλα πράγματα να παραμένουν αμετάβλητα, μοιάζει λογικό να υποθέσουμε ότι εάν η BA αυξήσει τις τιμές τις, οι τιμές της easyJet θα μοιάζουν φθη-

Έλεγχος Προόδου 1.2

Ας υποθέσουμε ότι η British Airways μειώνει τις τιμές της για αυτό το δρομολόγιο. Με τα άλλα πράγματα να παραμένουν αμετάβλητα, τι αποτέλεσμα θα αναμένατε να έχει αυτό στη ζήτηση για θέσεις της easyJet; Δεδομένου ότι η έκφραση $b_2 P_C$ στο (1.1) χρησιμοποιείται για να δείξει την επίδραση του ανταγωνισμού στο Q_d , ποια αριθμητική τιμή θα περίμενε κανείς να λάβει το b_2 : αρνητική, θετική ή μηδέν;

νότερες και επομένως πιο ελκυστικές για τον πελάτη. Εν ολίγοις, αναμένουμε αύξηση της ζήτησης για θέσεις της easyJet ως αποτέλεσμα της αύξησης των τιμών της BA. Αυτό υποδηλώνει ότι η αριθμητική τιμή για το b_2 θα ήταν θετική – αύξηση στην τιμή του ανταγωνιστή, στο P_C , θα οδηγούσε σε αύξηση του Q_d . Αυτή είναι η πρώτη μας μαθηματική οικονομική ανάλυση. Μπορεί επίσης να έχετε καταλάβει ότι θα προσδοκούσαμε το b_1 να είναι αρνητικό – εάν η ίδια η easyJet χρεώσει υψηλότερη τιμή, τότε θα προσδοκούσαμε ότι αυτό θα έχει αρνητικό αντίκτυπο στη ζήτηση. Αναμένουμε το b_3 να είναι θετικό, καθώς πάλι η αύξηση των τιμών των εναλλακτικών μορφών ταξιδιού είναι πιθανό να ενισχύσει τη ζήτηση για αεροπορικά ταξίδια. Το b_4 είναι ελαφρώς λιγότερο σαφές, αλλά πιθανότατα θα καταλήγαμε στο συμπέρασμα ότι, εάν οι άνθρωποι είχαν περισσότερο εισόδημα για να ξοδέψουν, πιθανώς θα ταξίδευαν περισσότερο. Άρα, πιστεύουμε ότι το b_4 θα ήταν επίσης θετικό.

Αυτά τα παραδείγματα απεικονίζουν πώς η μαθηματική οικονομική ανάλυση μπορεί να μας βοηθήσει στο σενάριο που περιγράφεται στην αρχή της ενότητας, όπου η ΕΕ εξετάζει να επιβάλει φόρο στην τιμή που χρεώνεται για τις πτήσεις μικρών αποστάσεων. Παρόλο που μόλις αρχίσαμε να εξετάζουμε τη μαθηματική οικονομική ανάλυση, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την έκφραση (1.1) για να υπολογίσουμε ότι ένας τέτοιος φόρος θα επηρέαζε το P και το P_C , αλλά όχι το P_A και το Y . Με άλλα λόγια, η επίδραση του φόρου στη ζήτηση των επιβατών, στο Q_d , θα επέλθει μέσω του αντίκτυπου της υψηλότερης τιμής που θα πρέπει να χρεώσει η easyJet, P , και μέσω του αντίκτυπου της υψηλότερης τιμής που θα πρέπει επίσης να χρεώσουν οι ανταγωνιστές της, το P_C – υποθέτοντας φυσικά ότι σε όλες τις αεροπορικές εταιρείες επιβάλλεται ο ίδιος φόρος. Αλλά διαπιστώνουμε επίσης ότι οι δύο επιδράσεις μπορεί να αντισταθμίσουν η μία την άλλη σε κάποιο βαθμό. Η επίδραση που θα έχει στο Q η υψηλότερη τιμή του P θα είναι αρνητική (μέσω b_1), οπότε η easyJet θα χάσει επιβάτες χάρη στην υψηλότερη τιμή που θα πρέπει να χρεώσει λόγω του επιβληθέντος φόρου. Από την άλλη πλευρά, οι ανταγωνίστριες αεροπορικές εταιρείες θα πρέπει επίσης να αυξήσουν τις τιμές τους και, όπως ήδη γνωρίζουμε μέσω του b_2 , αυτό θα είχε θετική επίδραση στη ζήτηση της easyJet – αύξηση του αριθμού των επιβατών, με τα άλλα πράγματα να παραμένουν αμετάβλητα. Συνεπώς, από τη μία πλευρά η easyJet θα χάσει επιβάτες και από την άλλη θα κερδίσει επιβάτες. Ποιο θα ήταν το καθαρό αποτέλεσμα; Εν μέρει αυτό θα εξαρτηθεί από τις ακριβείς αριθμητικές τιμές που θα λάβει το b_1 και το b_2 (που φυσικά δεν γνωρίζουμε). Παρόλο που δεν έχουμε ακριβείς αριθμητικές τιμές για τις δύο παραμέτρους, είναι σαφές ότι υπάρχουν τρία ενδεχόμενα, εάν αγνοήσουμε τα θετικά και αρνητικά πρόσημα:

- το b_1 είναι μεγαλύτερο από το b_2
- b_1 είναι ίσο με το b_2
- b_1 είναι μικρότερο από το b_2

Έλεγχος Προόδου 1.3

Εξετάστε κάθε ένα από αυτά τα ενδεχόμενα με τη σειρά. Συνολικά, η easyJet θα χάσει ή θα κερδίσει επιβάτες για κάθε ένα από αυτά τα ενδεχόμενα;

Τα τρία ενδεχόμενα δείχνουν αποτελεσματικά πόσο ανταγωνιστικές είναι οι τιμές της easyJet σε σχέση με τις τιμές των ανταγωνιστών της. Στο πρώτο ενδεχόμενο θα χάσει περισσότερους πελάτες από ό,τι θα κερδίσει. Στο δεύτερο ενδεχόμενο τα κέρδη και οι απώλειες θα ισούνται. Στο τρίτο ενδεχόμενο, θα κερδίσει περισσότερους από όσους θα χάσει. Μόλις ολοκληρώσατε τη δεύτερη μαθηματική σας οικονομική ανάλυση.

Κάτι σημαντικό που πρέπει να σημειωθεί σε αυτό το στάδιο είναι ότι η σχέση που εξετάσαμε στην Εξ. 1.1 εκφράζεται μαθηματικά, αλλά δεν περιέχει πραγματικούς αριθμούς. Αυτή είναι μια κοινή παρανόηση του ρόλου των μαθηματικών στα οικονομικά. Φυσικά, υπάρχουν συχνές περιπτώσεις όπου θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε συγκεκριμένες αριθμητικές τιμές σε μια τέτοια εξίσωση. Ένας επιχειρησιακός οργανισμός –η easyJet λόγω χάρη– θα ήθελε να λάβει ακριβείς και σωστές προβλέψεις της ζητούμενης ποσότητας, δοθείσας μιας συγκεκριμένης τιμής για τις άλλες μεταβλητές στην εξίσωση. Ωστόσο, από τη σκοπιά της μελέτης των οικονομικών αρχών και θεωρίας, τέτοιες αριθμητικές τιμές είναι συχνά άσχετες. Οι οικονομολόγοι ασχολούνται συχνά με τον καθορισμό των βασικών αρχών της οικονομικής συμπεριφοράς – ανεξάρτητα από το ποιοι συγκεκριμένοι αριθμοί τυχαίνει να είναι κατάλληλοι. Μπορεί να επιθυμούν να υπολογίσουν, για παράδειγμα, τις γενικές αρχές της ατομικής συμπεριφοράς των καταναλωτών εάν μεταβληθεί το εισόδημα. Μπορεί να θέλουν να καταλάβουν πώς θα αντιδράσουν οι εταιρείες εάν αυξηθεί το κόστος εργασίας τους. Μπορεί να θέλουν να βρουν πώς θα αντιδράσουν τόσο οι καταναλωτές όσο και οι εταιρείες εάν αυξηθούν τα επιτόκια.

Κατά συνέπεια, σε αυτό το βιβλίο θα χρησιμοποιούμε συχνά τον γενικό μαθηματικό συμβολισμό για να εξαγάγουμε γενικά συμπεράσματα σχετικά με την οικονομική συμπεριφορά. Φυσικά, θα αναπαράστήσουμε αυτά τα σημαντικά συμπεράσματα με συγκεκριμένες αριθμητικές τιμές, αν και αυτές χρησιμοποιούνται γενικά κυρίως ως βοήθημα στην κατανόηση. Στον πραγματικό κόσμο δίνεται με-

γάλη προσπάθεια και προσοχή στην απόκτηση και χρήση τέτοιων αριθμητικών τιμών. Αυτός είναι ο τομέας που είναι γνωστός ως οικονομετρία ή οικονομετρική ανάλυση – ένας άλλος σημαντικός και συναφής τομέας των οικονομικών.

1.2 Οικονομική θεωρία, οικονομικά υποδείγματα και μαθηματικά

Αυτό μας οδηγεί σε ένα άλλο σημαντικό πεδίο: τη σχέση μεταξύ οικονομικής θεωρίας, οικονομικών υποδειγμάτων και μαθηματικών. Στα οικονομικά αρχίζουμε συνήθως παρατηρώντας κάτι που συμβαίνει σε ένα συγκεκριμένο τμήμα της οικονομίας. Πόσο πληρώνουν οι καταναλωτές για το πιο πρόσφατο smartphone της Apple; Πώς ανταποκρίνονται οι εταιρείες στις μεταβολές στη συναλλαγματική ισοτιμία; Πώς ανταποκρίνεται η ενεργειακή βιομηχανία στα τελευταία κυβερνητικά κίνητρα για επενδύσεις στην παραγωγή πράσινης ενέργειας; Με βάση το παράδειγμα που χρησιμοποιούμε μέχρι τώρα, ενδέχεται να παρατηρήσουμε ότι εμφανίζεται ένα συγκεκριμένο επίπεδο ζήτησης για τις πτήσεις της easyJet.

Ο οικονομολόγος θα αναρωτηθεί γιατί αυτό το προϊόν αγοράστηκε από τους καταναλωτές και γιατί αυτή η συγκεκριμένη ποσότητα του προϊόντος δίνεται σε αυτή την τιμή. Θα προσπαθήσουμε στη συνέχεια να αναπτύξουμε μια θεωρητική εξήγηση αυτής της παρατηρούμενης οικονομικής συμπεριφοράς (η οποία παρέχεται στην Εξ. 1.1). Μια τέτοια θεωρητική εξήγηση θα περιλαμβάνει γενικά την οικοδόμηση ενός οικονομικού υποδείγματος (και εδώ, όπως παρέχεται στην Εξ. 1.1). Κι άλλα επαγγέλματα χρησιμοποιούν υποδείγματα στη δουλειά τους. Ο αρχιτέκτονας μπορεί να δημιουργήσει τη μακέτα ενός νέου κτιρίου, έτσι ώστε οι άνθρωποι να δουν πώς θα μοιάζει. Ο μηχανικός μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα προσχέδιο για τον σχεδιασμό ενός νέου αεροπλάνου, ώστε να μπορεί να δει πώς οι αλλαγές στον σχεδιασμό μπορεί να επηρεάσουν την απόδοση του αεροπλάνου.

Στα οικονομικά, χρησιμοποιούμε τα υποδείγματα για να μας βοηθήσουν να κατανοήσουμε διάφορες πτυχές της οικονομικής συμπεριφοράς. Δεν υπάρχει ιδιαίτερος λόγος για τον οποίο ένα οικονομικό υπόδειγμα πρέπει να είναι μαθηματικό ή γιατί η θεωρία πίσω από αυτό πρέπει να εκφραστεί με μαθηματικούς όρους.

Πράγματι, η πρώιμη οικονομική σκέψη δεν έκανε χρήση των μαθηματικών ως έχουν. Ωστόσο, όπως έχουμε διαπιστώσει, υπάρχουν παράγοντες που μπορεί να μας ενθαρρύνουν να κάνουμε χρήση των μαθηματικών στη διαδικασία δημιουργίας υποδειγμάτων. Επιπλέον, εάν το υπόδειγμα είναι μαθηματικό, θα περιλαμβάνει μια εξίσωση (ή εξισώσεις) που συνδέει ορισμένες οικονομικές μεταβλητές μεταξύ τους.

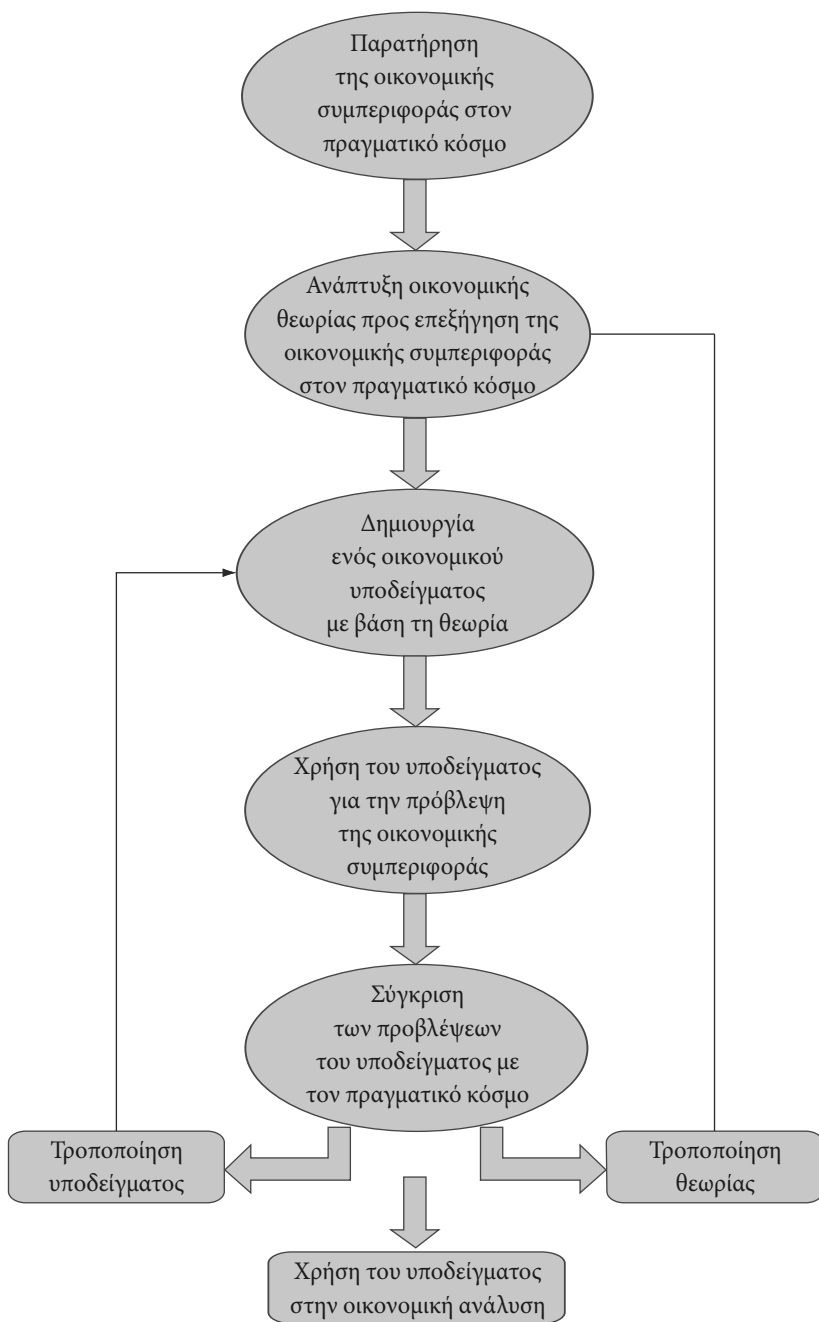
Συνήθως, θα θέλουμε έπειτα να εξετάσουμε το υπόδειγμα με μαθηματικό τρόπο. Αυτός θα περιλαμβάνει:

- Καθορισμό των βασικών παραδοχών στις οποίες βασίζεται το υπόδειγμα.
- Χρήση αυτών των παραδοχών για να εξετάσουμε τα λογικά συμπεράσματα που θα εξαχθούν από το υπόδειγμα.
- Εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με την προβλεπόμενη οικονομική συμπεριφορά.
- Σύγκριση των συμπερασμάτων μας με την πραγματική οικονομική συμπεριφορά.

Φυσικά, μια τέτοια διαδικασία δεν είναι συνήθως τόσο απλή όσο φαίνεται με μια πρώτη ματιά. Η όλη διαδικασία, στην πραγματικότητα, θα είναι επαναλαμβανόμενη: καθορίζουμε τις βασικές παραδοχές, κάνουμε λογικές επαγωγές, εξάγουμε συμπεράσματα και στη συνέχεια μπορεί να διαπιστώσουμε ότι τα συμπεράσματα που απορρέουν από το υπόδειγμα δεν συμβαδίζουν με την παρατηρούμενη οικονομική συμπεριφορά. Στη συνέχεια, πρέπει να επιστρέψουμε στο υπόδειγμα για περαιτέρω ανάπτυξη και βελτίωση, έως ότου είμαστε ικανοποιημένοι ότι το υπόδειγμα παρέχει μια λογική εξήγηση του παρατηρούμενου οικονομικού φαινομένου (ή έως ότου εγκαταλείψουμε αυτή τη θεωρία λόγω της επανειλημμένης αποτυχίας της να παράσχει μια τέτοια εξήγηση). Τα μαθηματικά στα οικονομικά, επομένως, καταπιάνονται κυρίως με την εφαρμογή των μαθηματικών αρχών και της λογικής στις θεωρητικές πτυχές της οικονομικής ανάλυσης. Συχνά, το επόμενο στάδιο είναι μια αυστηρή εμπειρική διερεύνηση της θεωρίας που έχει αναπτυχθεί μέχρι στιγμής.

Σε αυτό το στάδιο, μπαίνει στο παιχνίδι η οικονομετρία. Η οικονομετρία ασχολείται κυρίως με τη μέτρηση των οικονομικών δεδομένων και των οικονομικών σχέσεων. Χρησιμοποιώντας τόσο τα μαθηματικά όσο και τις αρχές της στατιστικής επαγωγής, η οικονομετρία επιδιώκει να αξιολογήσει εμπειρικά ένα θεωρητικό οικονομικό υπόδειγμα. Σε αυτό το βιβλίο δεν ασχολούμαστε με την οικονομετρία ή με την εμπειρική αξιολόγηση των οικονομικών υποδειγμάτων ως τέτοια, αν και πρέπει να γνωρίζουμε τον κρίσιμο ρόλο της στη διαδικασία της οικονομικής ανάλυσης. Το Σχήμα Ι.1 αναπαριστά τη διαδικασία.

Πρέπει, ωστόσο, να θυμόμαστε ότι οποιοδήποτε οικονομικό υπόδειγμα –είτε μαθηματικό είτε όχι– είναι μια απλοποιημένη αναπαράσταση μιας πολύ πιο περίπλοκης πραγματικής κατάστασης. Ο σκοπός των υποδειγμάτων σε αυτό το πλαίσιο είναι να μειώσει αυτές τις πραγματικές πολυπλοκότητες σε ένα επίπεδο όπου μπορούν να γίνουν κατανοητές και να αναλυθούν. Εξ ορισμού, ένα υπόδειγμα περιορίζει την προσοχή του σε ό,τι φαίνεται να είναι τα βασικά χαρακτη-



ΣΧΗΜΑ 1.1 Θεωρία και υποδείγματα στην οικονομική ανάλυση